NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

I DÉCOUVERTE DE LA DÉRIVÉE

1 ■ Équations de droite

Le plan est muni d'un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Dans un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), soient A(x_A;y_A) et B(x_B;y_B).
On suppose que $x_A \neq x_B$: la droite (AB) n'est donc pas parallèle à l'axe des ordonnées et son équation réduite est de la forme : **y = mx + p**.
1/ Exprimer le **coefficient directeur m** de la droite (AB) en fonction de x_A , y_A , x_B et y_B .
2/ Application :
a/ Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) lorsque A(1;4) et B(3;– 2).
b/ Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) lorsque A(3;– 7) et B(5;– 7).

2 ■ Approximation locale d'une parabole

On considère la fonction f définie sur ℝ par **f(x) = x²**.
Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Soit **A(0,5;0,25)** un point de la courbe C_f .

Partie 1 : Une courbe à la loupe

1/ À l'aide du mode graphique de la calculatrice, il s'agit d'observer l'allure de la parabole C_f au voisinage du point A d'abscisse 0,5. Pour cela représenter C_f après avoir successivement positionné les écrans (au moyen de "WINDOW" ou V-WINDOWS" ou "FENETRE") de la manière suivante :
a/ Xmin = – 1 ; Xmax = 1 ; Ymin = 0 ; Ymax = 1
b/ Xmin = 0 ; Xmax = 1 ; Ymin = 0 ; Ymax = 1
c/ Xmin = 0,25 ; Xmax = 0,75 ; Ymin = 0 ; Ymax = 1
d/ Xmin = 0,4 ; Xmax = 0,6 ; Ymin = 0 ; Ymax = 0,5
e/ Xmin = 0,49 ; Xmax = 0,51 ; Ymin = 0 ; Ymax = 0,5
2/ Que peut-on remarquer ?

*L'objectif de l'exercice est de déterminer l'équation de la droite **T** qui "approche le mieux" la parabole C_f au voisinage du point A.*

Partie 2 : Approche graphique à l'aide du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra

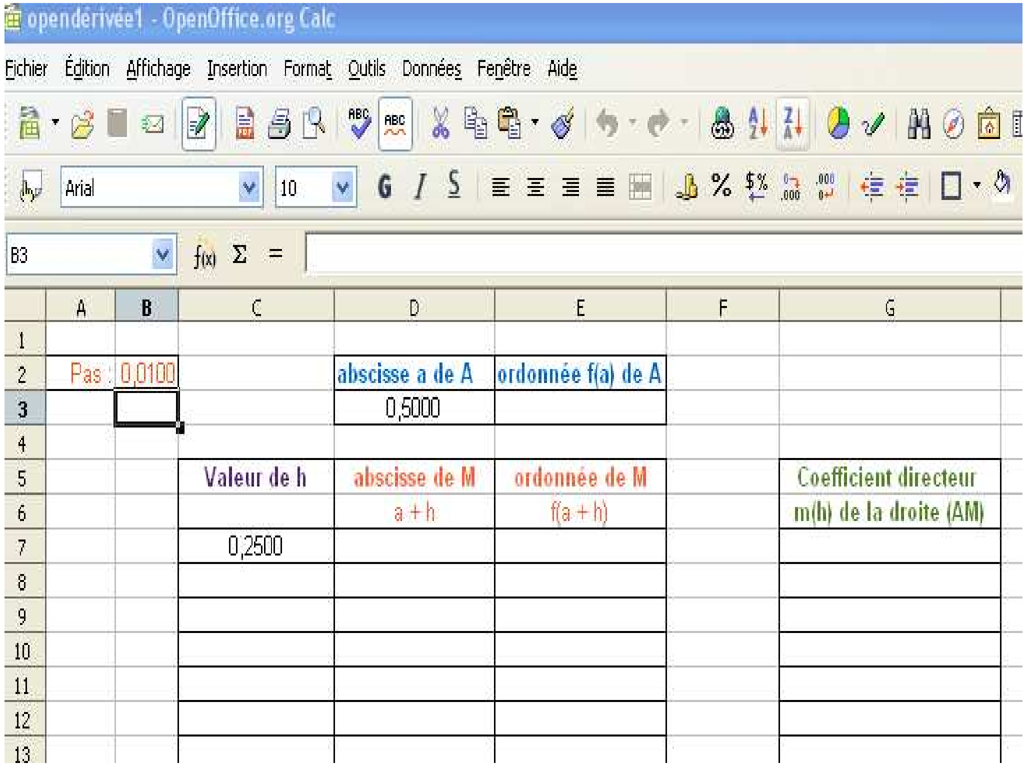
1/ Dans la ligne **Saisie :** située en bas de la feuille de travail, définir la fonction f.
À l'aide du bouton droit de la souris, modifier les propriétés des axes de telle manière que : xmin = – 1, xmax = 1, ymin = 0, ymax = 1.
2/ Placer le point A prédéfini (dans "propriété", cocher "objet fixe") ainsi qu'un point M mobile sur la courbe C_f.
3/ Construire la droite (AM).
4/ La droite (AM) construite constitue t-elle, selon vous, la meilleure approximation de C_f au voisinage de A par une droite ?
Sinon, comment peut-on agir sur le point M pour améliorer le résultat ?
5/ Proposer alors une équation de la droite T qui vous semble répondre au mieux au problème posé.

Partie 3 : Approche numérique à l'aide du tableur OpenOffice

Soient h un nombre réel et **M le point de la courbe C_f d'abscisse 0,5 + h**.
1/ Comment doit-on faire évoluer le réel h lorsque l'on souhaite que le point M se rapproche du point A ?
2/ a/ Lorsque h = 0,25, déterminer les coordonnées de M puis le coefficient directeur m(h) de la droite (AM).
b/ Lorsque h = 0,24, déterminer les coordonnées de M puis le coefficient directeur m(h) de la droite (AM).
3/ On souhaite poursuivre ce travail pour h = 0, 23, h = 0, 22, … jusqu'à h = – 0,25.
Pour cela on peut utiliser un tableur.

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

Ouvrir le fichier Opendérivée1 : la fenêtre suivante apparaît :



a/ Définir la cellule E3 en fonction de la cellule E2.

b/ Définir la cellule D7 en fonction des cellules D3 et C7.

c/ Définir la cellule E7 en fonction de la cellule D7.

d/ Définir la cellule G7 en fonction des cellules E7, D7, E3, D3 puis vérifier que le résultat coïncide bien avec celui obtenu "à la main" en 2/ a/.

e/ Définir la cellule C8 en fonction des cellules C7 et B2 de manière à ce que son contenu soit égal à 0,24.

f/ Compléter alors les cellules D8, E8 et G8.

g/ Trouver une méthode pour compléter les lignes suivantes de manière à ce que toutes les valeurs de m(h) pour h compris entre – 0,25 et 0,25 apparaissent dans la colonne G.

4/ Pour h = 0, que peut-on dire de la droite (AM) ?

5/ Conjecturer la valeur du coefficient directeur m de la droite **T** approchant le mieux la parabole près de A.

6/ a/ Pour tout $h \in \mathbb{R}$, exprimer le nombre réel m(h) **en fonction de h** uniquement.

b/ Démontrer alors la conjecture relative à la valeur de m de la question 5/

c/ En déduire l'équation réduite de la droite **T** recherchée.

7/ a/ On choisit maintenant pour point A le point de C_f d'abscisse 1.

Conjecturer alors le coefficient directeur de la nouvelle droite T (*on peut utiliser le logiciel de géométrie ou le tableur*) puis démontrer cette conjecture.

b/ Même question si le point A est le point de C_f d'abscisse a (*a nombre réel quelconque*).

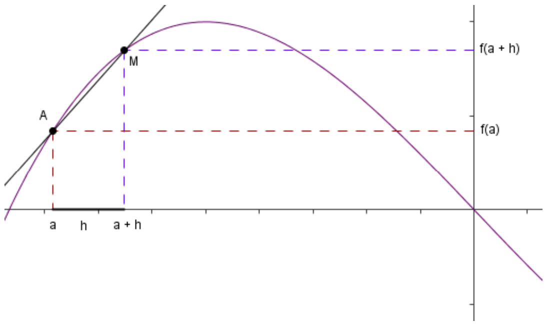
NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

II NOMBRE DÉRIVÉ - TANGENTE À UNE COURBE

Soit f une fonction définie sur l'intervalle I.
Soit C_f sa courbe représentative dans un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
Soit a un nombre réel appartenant à I et A le point de la courbe C_f d'abscisse a.
Soit h un nombre réel non nul tel que a + h appartienne à l'intervalle I.

1◆ Définition 1

Posons **m(h)** = $\mathbf{\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}}$.
Le nombre **m(h)** est appelé le **taux de variations de f entre a et a + h**



Sur le graphique ci-contre, le nombre m(h) représente le **coefficient directeur de la droite (AM)**, M étant un point quelconque et distinct de A de la courbe C_f.

Définition 2

Si, lorsque h prend des valeurs de plus en plus proches de 0, le taux de variations m(h) se "rapproche" d'un nombre réel **d**, alors on dit que :
f est **dérivable en a** et le réel **d** est le **nombre dérivé de f en a** .
Le **nombre dérivé** d est noté **f '(a)** .

Exemple : Dans le cas de **l'exercice 2** : $f(x) = x^2$, I = [– 1;1] et a = 0,5
Taux de variations : m(h) = $\dfrac{f(0,5+h)-f(0,5)}{h}$, pour tout h ∈ ℝ tel que (0,5 + h) ∈ [– 1;1]

On a constaté que, lorsque h prend des valeurs de plus en plus proches de 0, le nombre m(h) se rapproche de 1.
Par conséquent : on dit que f est **dérivable en 0,5** et que le **nombre dérivé de f en 0,5 vaut 1.**
On écrit alors : **f '(0,5) = 1**

Vocabulaire

Si, pour étudier le comportement de m(h), on fait prendre à h des valeurs de plus en plus proches de 0, on dit que l'on calcule (ou que l'on étudie) la **limite de m(h) lorsque h tend vers 0**.

Notation

On écrit alors que l'on étudie $\lim\limits_{h \to 0} m(h)$

Exemple : dans le cas de l'exercice 2, on a constaté que $\lim\limits_{h \to 0} m(h) = 1$

En utilisant ces nouvelles notations, la définition 2 devient :

2◆ Définition 3

Soit f une fonction définie sur l'intervalle I et soit a un nombre réel appartenant à I.

Si $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = d$ (avec **d ∈ ℝ**), alors on dit que :
f est **dérivable en a** et le réel **d** est le **nombre dérivé de f en a** .
Le **nombre dérivé** d est noté **f '(a)** .

Remarque : f est dite **dérivable** sur l'intervalle I tout entier si f est dérivable en tout point a de I.

3◆ Définition 4

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un réel appartenant à cet intervalle.
Soit C_f la courbe représentative de f et A le point de C_f d'abscisse a.
On appelle tangente à la courbe C_f au point A la droite passant par A et de coefficient directeur le nombre f '(a).

Exemple : Dans le cas de **l'exercice 2** : $f(x) = x^2$, I = [– 1;1] et a = 0,5, la tangente est donc la droite de coefficient directeur f '(0,5) = **1** passant par A(0,5;0,25) : c'est la droite T d'équation y = **1**x – 0,25

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

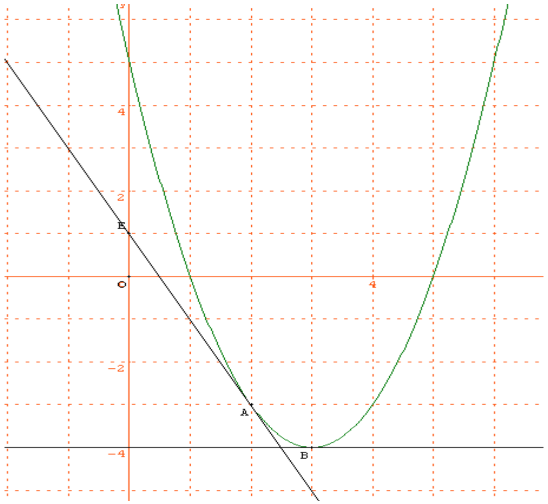
3 ■ Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit f la fonction définie sur ℝ dont on donne ci-dessous la courbe représentative C_f .

Résultats admis :

- Au point B(3;– 4) de C_f la tangente est parallèle à l'axe des abscisses

- La tangente à C_f au point A (2;– 3) passe par le point E(0;1).



1/ Déterminer graphiquement les nombres réels f(0), f(1), f(3).

2/ Que vaut f '(3) ? Justifier.

3/ Que représente le nombre f '(2) ? Calculer alors sa valeur.

4 ■ 1/ Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = (1 + x)^3$.

a/ Montrer que f est dérivable en 0 et donner la valeur de f '(0).

b/ Déterminer l'équation réduite de la tangente T_1 à la courbe C_f au point A d'abscisse 0.

2/ Soit g la fonction définie sur ℝ par g(x) = – 3x + 6.

a/ Montrer que g est dérivable en 1 et donner la valeur de g '(1).

b/ Déterminer l'équation réduite de la tangente T_2 à la courbe C_g au point B d'abscisse 1.

3/ Soit k la fonction définie sur ℝ par $k(x) = |x|$

a/ k est-elle dérivable en 0 ?

b/ Tracer la courbe C_k et observer son comportement au voisinage du point O(0;0).

4/ Soit r la fonction définie sur [0;+∞ [par $r(x) = \sqrt{x}$

a/ r est-elle dérivable en 0 ?

b/ Tracer la courbe C_r et observer son comportement au voisinage du point O(0;0).

5 ■ On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = (1 + x)^3$.

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} , \vec{j})$ (*unité* : 1 cm).

Partie 1 : Tracés de tangentes

1/ Soit A(0;1) un point de C_f .

D'après l'exercice 4, on sait que la tangente T_1 à C_f au point A admet pour équation réduite y = 3x + 1.

Tracer T_1 dans le repère $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

2/ Soient B(– 1;0) un point de C_f et T_2 la tangente à C_f au point B.

a/ Déterminer l'équation réduite de la droite T_2.

b/ Tracer alors T_2 dans le même repère que T_1.

3/ Soient C(– 2;– 1) un point de C_f et T_3 la tangente à C_f au point C.

a/ Déterminer l'équation réduite de la droite T_3.

b/ Tracer alors T_3 dans le même repère que T_2.

Partie 2 : Étude de la position de C_f par rapport à T_1 , T_2 et T_3

1/ Étudier la position de C_f par rapport à T_1 .

2/ Étudier la position de C_f par rapport à T_2 .

3/ a/ Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x appartenant à ℝ on ait :

$x^3 + 3x^2 – 4 = (x + 2) (ax^2 + bx + c)$

b/ À l'aide de a/, étudier la position de C_f par rapport à T_3 .

Partie 3 : Tracé de C_f sur l'intervalle [– 3;1]

On admet que le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [– 3;1] est le suivant :

x	– 3	1
f(x)	– 8 ↗	8

Tracer alors C_f sur l'intervalle [– 3;1] dans le même repère que les trois tangentes rencontrées.

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

III FONCTION DÉRIVÉE

5◆ Définition 4

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.
La fonction qui, à tout x appartenant à I, associe le nombre dérivé de f en x est appelée la **fonction dérivée** de f. Elle est notée f '.

6 ■ Détermination de quelques fonctions dérivées usuelles

1/ On considère la fonction g définie sur ℝ par $g(x) = x^3$.
Montrer que, quel que soit le réel a, g est dérivable en a. En déduire la valeur de g '(a).

2/ On considère la fonction i définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $i(x) = \dfrac{1}{x}$.

Montrer que, quel que soit le réel a non nul, i est dérivable en a.
En déduire la valeur de i '(a).

3/ On considère la fonction r définie sur $[0;+\infty[$ par $r(x) = \sqrt{x}$.
Montrer que, quel que soit le réel **strictement positif** a, r est dérivable en a.
En déduire la valeur de r '(a).

6◆ Cas des fonctions circulaires
Pour tout réel x, cos x et sin x existent.
La fonction cosinus, qui à x associe cos x, **est définie sur ℝ** .
La fonction sinus, qui à x associe sin x, **est définie sur ℝ** .

7 ■ 1/ a/ À l'aide de la calculatrice graphique, observer que la fonction cosinus semble dérivable au point d'abscisse 0 puis conjecturer la valeur de cos '(0).
b/ À l'aide de la calculatrice graphique, observer que la fonction sinus semble dérivable au point d'abscisse 0 puis conjecturer la valeur de sin '(0).
On admettra ces résultats dans la suite de l'exercice.
2/ Les formules dites "d'addition" ci-dessous seront provisoirement admises :
cos (a + b) = cos a cos b – sin a sin b
sin (a + b) = sin a cos b + sin b cos a
Démontrer alors que les fonctions sinus et cosinus sont dérivables en a, quel que soit le réel a. En déduire les valeurs de sin '(a) et cos '(a).

7◆ Propriété 2 (*en partie admise*)

DÉRIVÉES DES FONCTIONS USUELLES		
Expression de f(x)	**Expression de f '(x)**	**f dérivable sur :**
f(x) = k (*constante*)	f '(x) =	
f(x) = x		
$f(x) = x^2$		
$f(x) = x^3$		
$f(x) = x^n$ n entier positif non nul		
$f(x) = \dfrac{1}{x} = x^{-1}$		
$f(x) = x^n$ n entier négatif non nul		
$f(x) = \sqrt{x}$		
f(x) = cos x		
f(x) = sin x		

8◆ Propriété 3 : Dérivées et opérations (*admise*)
Soient **u et v** deux **fonctions dérivables sur un même intervalle I**.
Alors **les fonctions f suivantes sont dérivables** (*au moins*) **sur I** :

Conditions	**Fonction f**	**Fonction dérivée f '**
	u + v	**(u + v) ' =** ....
k nombre réel constant	**k. u**	**(k. u) ' =** ....
	u . v	**(u v) ' =** ....
v ne s'annule pas sur I	$\dfrac{1}{v}$	$\left(\dfrac{1}{v}\right)' =$ ....
v ne s'annule pas sur I	$\dfrac{u}{v}$	$\left(\dfrac{u}{v}\right)' =$ ....

9◆ Propriété 4 (*conséquence de la propriété 3*)

Toute fonction polynôme est dérivable sur ℝ.
Toute fonction rationnelle est dérivable sur son ensemble de définition.

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

8 ■ Dans chacun des cas suivants, déterminer la fonction dérivée f '.

1/ $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ 2/ $f(x) = 3x^5 - x + \sqrt{2}$ 3/ $f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{5}{6}x^5$

4/ $f(x) = \frac{1}{x^4}$ 5/ $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x} + \frac{1}{2}$ 6/ $f(x) = \frac{1}{x+3}$

7/ $f(x) = (2 - x)(2x + 3)$ 8/ $f(x) = (3x + 5)^2$ 9/ $f(x) = \sqrt{x}\,(3 - 4x)$

10/ $f(x) = \frac{3}{5x + 10}$ 11/ $f(x) = \frac{2x + 5}{3x + 1}$ 12/ $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$

13/ $f(x) = x \cos x$ 14/ $f(x) = \sin^2 x$

10◆ Propriété 5 : dérivation de quelques fonctions composées (*admis en première : résultats démontrés en terminale)*

① Soit r la fonction définie par $\mathbf{r(x) = \sqrt{ax + b}}$ **,** pour tout réel x tel que $\mathbf{ax + b \geq 0}$.
La fonction r est **dérivable** pour tout réel x tel que …………

r '(x) = ...

② Soient s et c les fonctions définies sur ℝ par **s(x) = sin (ax + b)** et **c(x) = cos (ax + b)**.

Les fonctions s et c sont **dérivables sur ℝ** et pour tout réel x :
s '(x) = ... et **c '(x) =** ....

9 ■ 1/ Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{6 - 3x}$.
a/ Sur quel ensemble f est-elle définie ? dérivable ?.
b/ Déterminer la fonction dérivée f ' de f.
2/ Soit g la fonction définie par g(x) = cos (5x + 1)
a/ Sur quel ensemble g est-elle définie ? dérivable ?.
b/ Déterminer la fonction dérivée g ' de g.

10 ■ Équations de tangente

1/ Soit f la fonction définie sur] 1; +∞ [par : $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$.

Écrire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.

2/ Soit h la fonction définie sur ℝ par h(x) = 3x cos (2x).

Écrire une équation de la tangente à la courbe représentative de h au point d'abscisse $\frac{\pi}{4}$.

3/ Soit k la fonction définie sur $[-\frac{1}{3}; +\infty [$ par : $k(x) = x\sqrt{3x + 1}$.

Écrire une équation de la tangente à la courbe représentative de k au point d'abscisse 1.

11 ■ Coefficient directeur d'une tangente à une courbe

Soit f la fonction définie sur] 0; +∞ [par : $f(x) = -2x + 3 - \frac{1}{x}$ et soit C_f sa courbe représentative.
Déterminer les coordonnées du point de la courbe C_f où la tangente a pour coefficient directeur – 1.

12 ■ Équation d'une tangente parallèle à une droite donnée

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ et soit C_f sa courbe représentative.
Déterminer les coordonnées du point A de C_f tel que la tangente à C_f en ce point soit parallèle à la droite d'équation : $y = \frac{1}{2}x$.

13 ■ Recherche d'une fonction connaissant des tangentes à sa courbe représentative

Soit f une fonction définie sur ℝ et soit C_f sa courbe représentative.
On suppose que f(x) est de la forme suivante : $\mathbf{f(x) = ax^3 + bx + c}$.

Soit D_1 la droite d'équation y = – 3x et D_2 la droite d'équation y = – 2.
Sachant que D_1 et D_2 sont tangentes à C_f respectivement aux points d'abscisses 0 et 1, calculer les trois nombres réels a, b et c .

14 ■ Position de la courbe représentative d'une fonction par rapport à une tangente

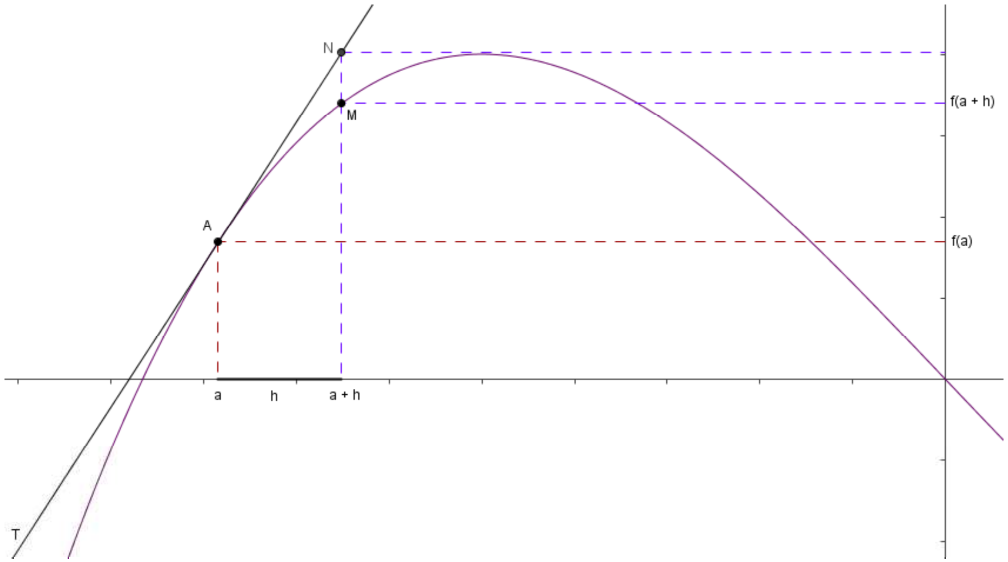
Soit f une fonction définie sur ℝ par $f(x) = \frac{5x}{2(x^2 + 1)}$ et soit C_f sa courbe représentative.

1/ Écrire une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.
2/ Étudier la position de la courbe C_f par rapport à la tangente T.

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

11◆ Approximation affine

15 ■ La courbe ci-dessous représente une fonction f dérivable sur un intervalle I.
T est la tangente à C_f au point A d'abscisse a.
M est un point de C_f d'abscisse a + h où h est un réel tel que $a + h \in I$.
N est le point de la tangente T de même abscisse que M.



1/ Déterminer l'ordonnée du point N.
2/ Que peut-on dire des points N et M lorsque h tend vers 0 ?

Définition

Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle I et soit a un nombre réel appartenant à I.

Comme $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$, alors , *pour h proche de 0*, on peut écrire que : $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \approx f'(a)$ soit encore : $\mathbf{f(a+h) \approx f(a) + h\,f'(a)}$.

La fonction affine g définie sur ℝ par **g(h) = f '(a) h + f(a) est appelée une approximation affine de f en a + h**.

Remarque : Elle permet de calculer rapidement une approximation de f(a + h) pour h proche de 0.

16 ■ 1/ Soit r la fonction définie sur ℝ par $r(x) = \sqrt{x}$.

a/ Sans utiliser la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice, donner une valeur approchée de f(4,01), f(3,99), f(4,001) et f(3,999) à l'aide d'une approximation affine de r.
b/ Donner une valeur approchée de f(4,01), f(3,99), f(4,001) et f(3,999) grâce à la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice puis comparer ces valeurs aux résultats de la question précédente.

17 ■ Un exemple d'approximation de courbe intégrale

Soit f une fonction définie sur] 0; +∞ [dont on ne connaît pas l'expression et soit C_f sa courbe représentative.
On dispose cependant des informations suivantes :

- **f(1) = 0**,
- **f est dérivable sur] 0; +∞ [et $f'(x) = \frac{1}{x}$, pour tout $x \in$] 0; +∞ [**.

L'objectif de l'exercice est de construire une approximation de la courbe C_f dans un voisinage du point de C_f d'abscisse 1.
Pour cela, on va utiliser le fait qu'au voisinage d'un point, la courbe reste proche de sa tangente en ce point (cf approximations affines).

Partie A : mise en œuvre de la démarche

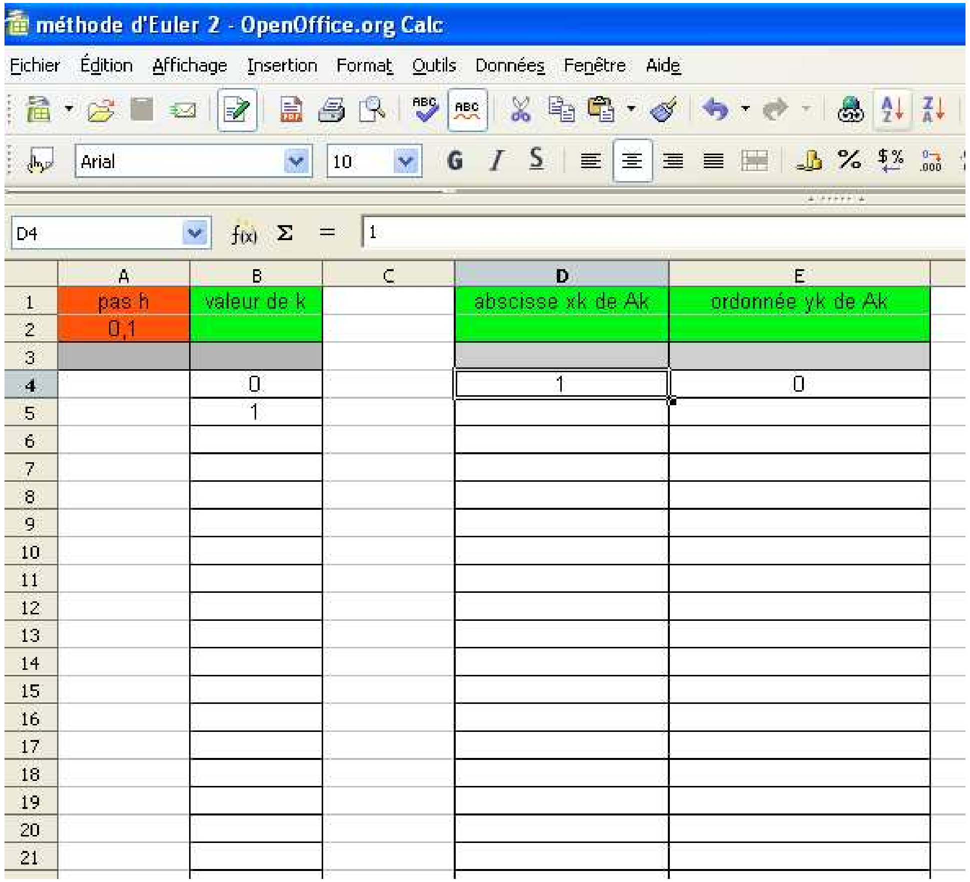
On décide de partager l'intervalle [1;4] en 30 parties égales de longueur 0,1.
On pose **h = 0,1** et on dit que h est **le pas** de la subdivision réalisée.
Soit $\mathbf{A_0}$ le point de C_f d'abscisse $\mathbf{x_0 = 1}$ et d'ordonnée $\mathbf{y_0 = 1}$.
1/ Soit $\mathbf{A_1}$ le point d'abscisse $\mathbf{x_1} = \mathbf{x_0} + h = \mathbf{1{,}1}$ dont l'ordonnée est obtenue par approximation affine de f en x_1. Calculer son ordonnée $\mathbf{y_1}$.
*Le point A_1 n'appartient pas à la courbe C_f mais la méthode utilisée permet d'affirmer qu'il est **proche** du point de C_f de même abscisse.*
On a ainsi approché la courbe C_f par le segment de droite A_0A_1 sur l'intervalle [1 ; 1,1].
2/ Reproduire la démarche précédente à partir du point A_1en introduisant le point $\mathbf{A_2}$ d'abscisse $\mathbf{x_2} = \mathbf{x_1} + h$.
La courbe inconnue C_f est ainsi approchée par la ligne brisée $A_0A_1A_2$ sur l'intervalle [1 ; 1,2]

Partie B : utilisation d'un tableur

On souhaite déterminer, grâce à un tableur, les coordonnées des points A_0, A_1, …, A_{30} de manière à visualiser la ligne brisée ainsi construite.

NOMBRE DÉRIVÉ ET FONCTION DÉRIVÉE

Ouvrir le fichier méthode d'Euler2 : la fenêtre suivante apparaît :



1/ Définir les cellules D5 et E5 en fonction des cellules D4, E4 et A2 de manière à ce qu'une simple recopie vers le bas de la ligne 5 permette d'obtenir les coordonnées des 31 points recherchés.
2/ Sélectionner les cellules des colonnes D et E complétées puis l'outil "diagramme".
Choisir ensuite comme type de diagramme : XY (dispersion) : points et lignes.
Imprimer la représentation graphique obtenue.

Ce procédé de construction d'une approximation de courbe utilisant les approximations affines s'appelle la **méthode d'Euler**.

Partie C

Soit f la fonction définie sur] 0; +∞ [par f(x) = ln x, où ln est une fonction encore inconnue en classe de 1ère mais dont on constate la présence sur les calculatrices scientifiques : **touche** $\boxed{\textbf{ln}}$

1/ Construire dans la colonne F les valeurs de ln (x_k) pour toutes les valeurs de k considérées (*dans un tableur cette fonction se note LN( )*).
2/ Utiliser à nouveau l'outil "diagramme" pour faire apparaître dans le même repère que précédemment, l'allure de la courbe représentative de la fonction f dans l'intervalle [1 ; 4]

On admettra que la fonction f ainsi définie est la fonction dont on a cherché à approcher la courbe représentative.
L'approximation obtenue dans la partie C est-elle de bonne qualité ?
Comment aurait-on pu améliorer le résultat ?

Remarques : On appelle **courbe intégrale** d'une fonction dérivable la courbe représentative d'une fonction f dont on connaît seulement un point particulier ainsi que l'expression de f '(x).
La fonction f définie ci-dessus s'appelle la fonction **logarithme népérien**.
(*programme de terminale*)